**Chapitre 5 – Intégrales à paramètres**

Dans ce chapitre, on considèrera un intervalle de .

Théorème :

Soit une fonction continue. Alors la fonction

est définie et continue sur .

Théorème :

Soit . On suppose que

1. est continue sur
2. admet des dérivées partielles par rapport à sa première variable, notée , et que est continue sur .

alors la fonction est définie et de classe sur et :

Théorème : Soient continue et continues. Alors la fonction

est définie et continue sur .

Théorème : Soient continue, admettant une dérivée partielle continue sur et deux fonctions de classe . Alors la fonction

est de classe sur , et

**2. Intégrales à paramètres généralisées**

Théorème : (Continuité par domination)

Soit . On suppose que :

1. est continue sur
2. Il existe continue par morceaux et intégrable sur vérifiant

Alors la fonction est définie et continue sur .

Idée : ⍟

Soit . Montrons que est continue en , par caractérisation séquentielle, cela équivaut à montrer que tq ,

Soit une suite d’éléments de qui converge vers . Alors ,

Où

1. est continue (donc c.p.m) sur puisque est continue sur
2. Soit , par continuité de

Donc la suite de fonctions CVS sur vers , qui est continue donc c.p.m sur puisque est continue sur .

1. c.p.m et intégrable sur tq

Ainsi par le théorème de convergence dominée,

Ainsi est continue en , donc est continue sur .

Corollaire :

Soit . On suppose que :

1. est continue sur
2. Pour tout segment , il existe continue par morceaux et intégrable sur vérifiant

Alors la fonction est définie et continue sur .

Exemple : Continuité de

On pose

* est continue sur
* Soit un segment

Avec indépendant de .